



TITLE:

4次元世界の動物の形を考える

AUTHOR(S):

本多, 久夫

---

CITATION:

本多, 久夫. 4次元世界の動物の形を考える. 数理解析研究所講究録  
1994, 870: 196-203

ISSUE DATE:

1994-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/84009>

RIGHT:

## 4 次元世界の動物の形を考える

鐘紡ガン研究所 本多久夫<sup>(1)</sup>

4 次元の物体を我々 3 次元人がのぞき見る方法がある。いっぽう、動物の形は単純化して言えば、口から肛門にかけて穴のある立体をしているといわれている。それでは、4 次元の動物がいたとしたらどんな形をしているのか見てみよう。また、この世界の動物の血管系は、おおまかにいうと、平面的に広がっているのだが、ところどころ立体的に広がっている。この複雑な構造を 4 次元動物の内部に思いをはせながら考えてみよう。

### 1. 動物の身体はドーナツ構造である

身体の表面には皮があって身体と外界を仕切っている。この仕切をたどっていくと唇から口の中に続き、胃や腸の壁につながって、ついには肛門で再びお尻の皮につながっている (図 1)。このように、皮とひとつづきになった、外と内

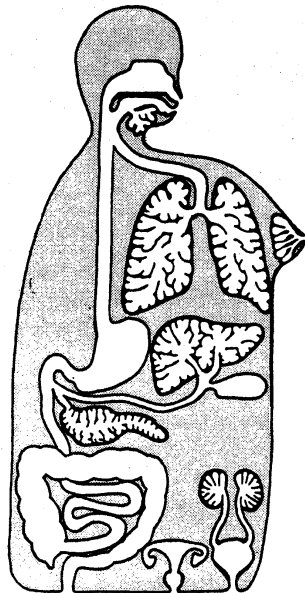


図 1 動物の身体は上皮組織とよばれるシートでおおわれている。シートは口から肛門までトンネルをつくっている (本多、1987 による)。

<sup>(1)</sup> 現在の所属先：新技術事業団・吉里再生機構プロジェクト

を仕切るバリアー機能をもったシートは上皮組織であり、身体を表面を隙間なくおおっている。このシートを総じて上皮シートと呼ぶ。いいかえれば、身体は上皮シートでおおわれており、口から肛門にかけてトンネルがあって、全体として見ればドーナツ型になっている。

## 2. 四次元の世界

### 4次元の形を見る

わたしたちは3次元世界に住んでいて3次元の形を見ている。しかし、よく考えてみると3次元の形を2次元に写しなおして見ていることが多い。それなら、4次元のかたちがあったとして、これを3次元に投影したら3次元のわたしたちに4次元がわかるのではないか（宮崎、1992）。

3次元の立方体の2次元への投影を考えてみよう（図2）。z軸のまわりに30° ずつ回転した後、投影する。透視図法により手前のものは大きく、後ろの

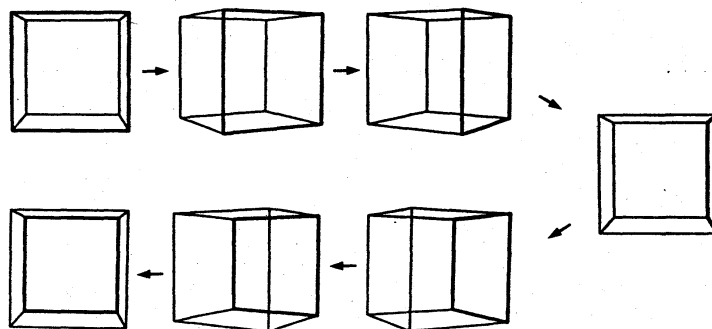


図2 立方体を30° ずつ回転したものの透視図（本多、1994による）。

ものは小さく投影されている。いまからわたくしたちのしようとすることは、これにならって、4次元のかたちを3次元のわたくしたちが「見る」ことである。

考えやすい簡単な立体として、ここでは3次元での立方体に対応する4次元のかたち（これを超立方体とよぶ）を取りあげる。立方体は、3次元デカルト座標系では、たとえば、 $x = 0, 1$ ;  $y = 0, 1$ ;  $z = 0, 1$  の6つの面に取り囲まれた立体であると表現できる。超立方体は、4次元のデカルト座標を  $(x, y, z, u)$  とすると、いま述べた式に  $u = 0, 1$  を加えた8つの超平面に取り囲まれた超立体であるといえる。立方体が6個の正方形で取り囲まれているように、超立方体は8個の立方体で取り囲まれている。超立方体を3次元に投影したものを、更に紙の上に投影したものを図3aに示す。この図の中に8個の立方体が描かれている。外枠のように見える立方体と中央にある立方体はすぐにわかるだろう。残りは中央と

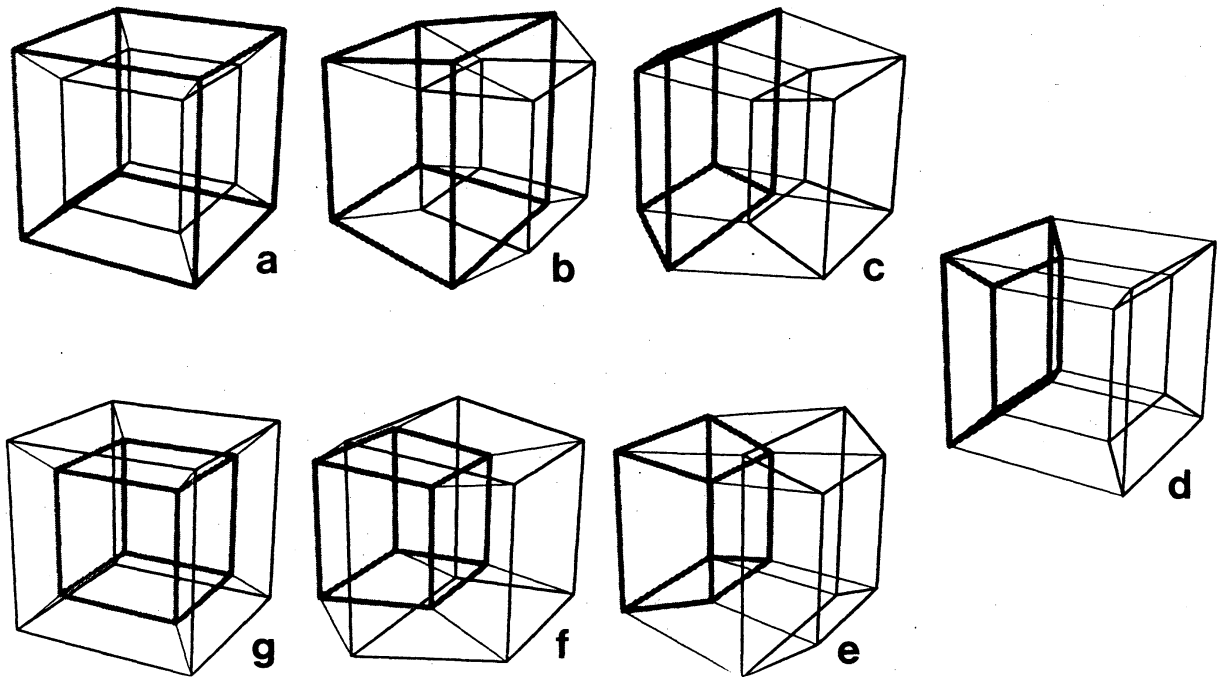


図3 超立方体（4次元の「立方体」）をほぼ $30^\circ$  ずつ回転し、3次元に投影した図（本多、1994による）。

外枠の2つの立方体の間にある台座みたいな6個の六面体である。投影によって立方体はこのように歪んでしまった。なぜこのような歪みがおこるかは、図2において3次元では4角形はどれも正方形のはずなのに2次元に投影することで菱形や台形に歪んでしまったことにおもい入れれば納得がいくだろう。図3には4次元世界で超立方体を約 $30^\circ$  ずつ回転した経過を示している。外枠の立方体が変形して台座タイプの立方体になり、更に中央の立方体に変化している。

#### 4次元の動物

わたしたちは先に述べたように1つ穴のドーナツ構造の動物を考えることにした。上皮シートで外界から仕切られた動物の体を、できるだけ単純化して考え、口から肛門への1本のトンネルだけがある構造を考えるのである（図4）。連続

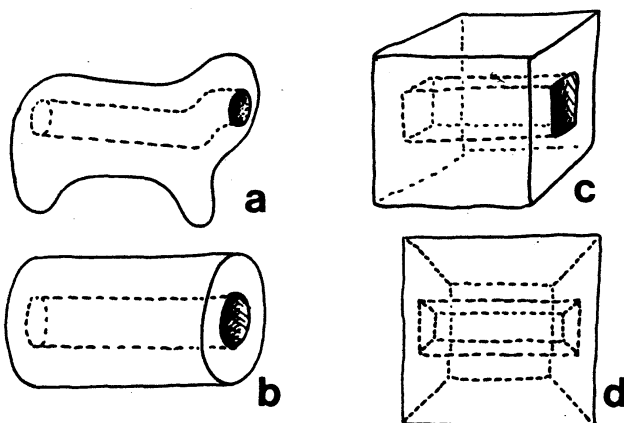


図4 この世界の動物は口から肛門にかけてトンネルの通った「ちくわ」構造とみなせる（本多、1994による）。

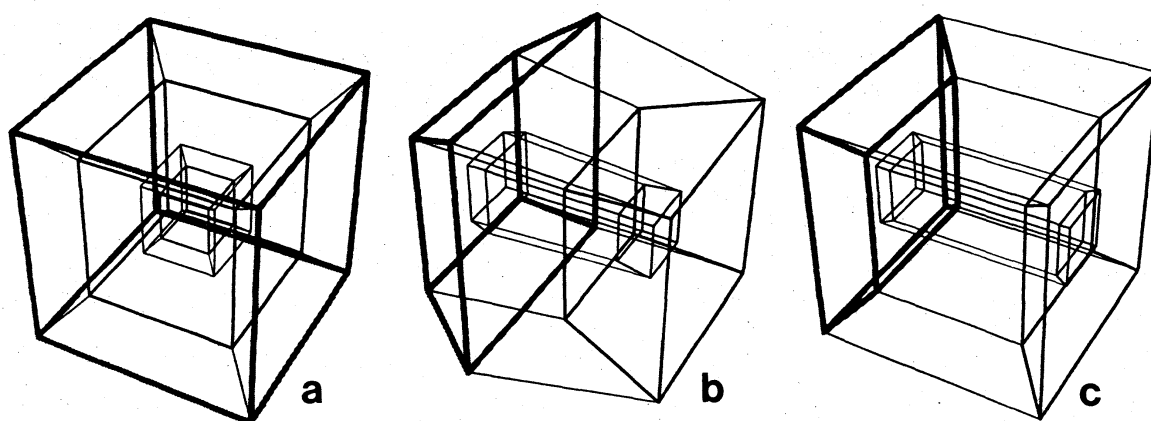


図5 4次元世界の「ちくわ」構造。a, b, cは順々に30°回転した後、3次元に投影した図（本多、1994による）。

的な変形によって、これは「ちくわ」と同じかたちであることがわかる。またこれはわたくしたちが考えてきた立方体に、細長い直方体の穴があいたものと考えても同じである。図4dには透視図法で正面から眺めたところも描いてある。

このように単純化した動物のかたちの4次元版はどうなるだろうか。超立方体に超直方体のかたちをした穴をあけたものと考えてよいだろう。この超立方体を3次元に投影したら図5aのようになった。超立方体の中に小さな超立方体のようなものが見える。後者が穴のかたちなのだろうが超直方体のようには見えない。投影方向が適当でなくて超立方体と超直方体の区別がつかないようだ。4次元の中で回転してみよう。60°回転で図5bになり、90°で図5cのようになった。こ

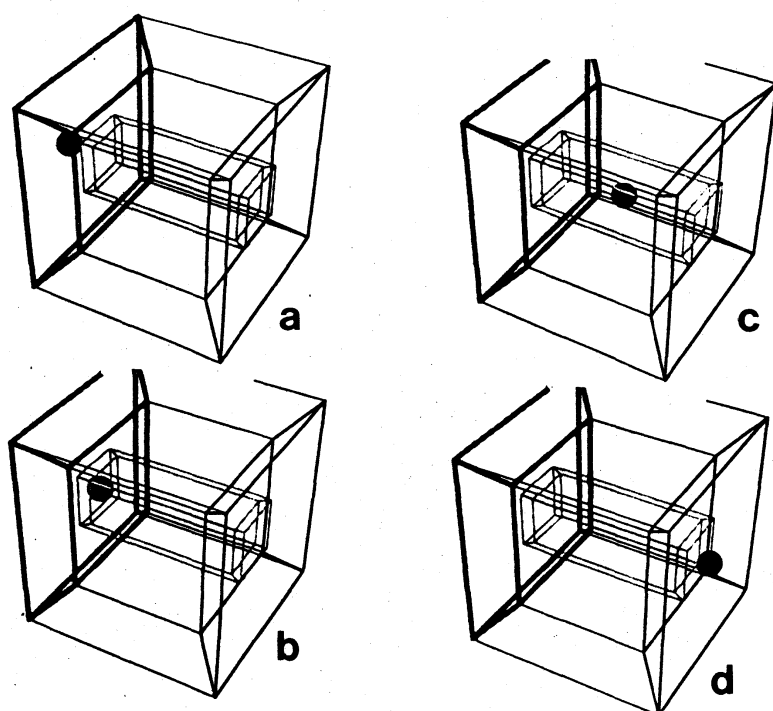


図6 4次元の動物のトンネルに物体（黒い球）を通す（本多、1994による）。

ここでトンネルらしきものが見えるようになった。立方体の中につくったトンネルは（図4）立方体の相対する2つの正方形にそれぞれトンネルの出入口があった。超立方体の中につくったトンネルでは図5cでわかるように、台座のように見える相対する2つの超正方形（すなわち立方体）にトンネルの出入口がそれぞれ存在する。

それではいまから、この穴のあいているはずの超立方体にほんとうに穴があいているのかどうか確かめることにする。食べ物を口から入れて肛門から排泄するように、黒い球をトンネルのいっぽうから入れて他方の肛門から出す。球は超立方体の穴の軸に沿って動かした。図6を見ていただきたい。球は向かって左側の台座タイプの立方体の穴から入り込む。胃や腸の消化管を通過する。この時、中央の立方体の中を通っているみたいに見えるが、これは投影のせいで、ただ重なっているだけである。最後に、右側の台座タイプの立方体の穴から外にでた。この超立体にちゃんと穴があいている。

### 3. 毛細血管網を考える

4次元世界に動物がいたとしたら...というこれまでの話はわたしたちの3次元世界からの外挿であった。ここではもう少し現実近づけて、4次元世界にふつうに見られるはずのものが、この3次元世界にも少しは存在しているらしいことについて述べる。

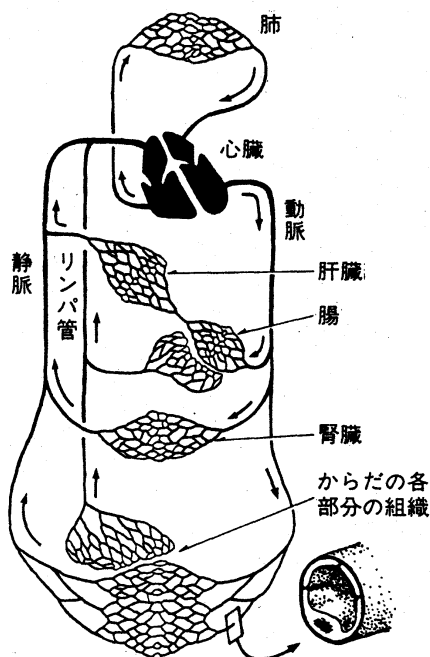


図7 血管分岐と毛細血管網（本多、1991による）。

毛細血管網は2次元の拡がりである

動物の体は上皮シートで取り囲まれていると述べたが、実はその囲まれた体内に別の上皮シート系がシートの表裏を逆にしてゆきわたっている。血管系のことであるがここでは血管内皮シートからできた系とよぼう（図7）。血管はチューブの内壁に、血管内皮細胞とよばれる平たい細胞がはりめぐらされていて、これが内皮シートをつくっている。チューブは、動脈として心臓から出て、分岐しながらだんだん細くなる。その先は図8に示すような毛細血管網となる。分岐し

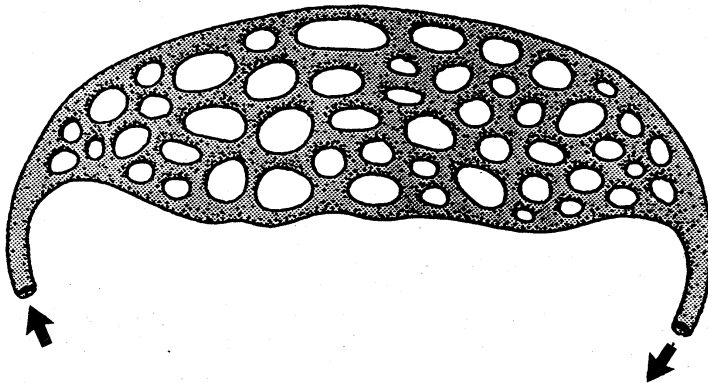


図8 毛細血管網は大まかにいうと2次元的な網目である（本多、1987による）。

た細い血管がまたお互いに合流し、これが繰り返されて血管はだんだん太くなりついには静脈となって心臓にもどる。この毛細血管の編目は大まかにいえば2次元的な拡がりである。多くの臓器では図1で示したように、身体表面とひとつづきになった上皮シートでつくられている。毛細血管網はほぼ平面状に、かつ上皮シートに平行に体中に拡がっている。

#### 4次元動物の毛細血管網

3次元の動物は2次元的な上皮シートでおおわれて、このシートに沿って毛細血管網があった。それでは、4次元の動物は3次元的な「シート」でおおわれているはずである。実際、4次元の超立方体は3次元的な超面すなわちここでは立方体でおおわれていた。そこでは毛細管網に相当するものが3次元超シートに沿って存在するはずである。3次元的に拡がった毛細管網とはどんなものであろうか。3次元的拡がりであればわたくしたちが直接に見られるものであるし、現実に見ているもののの中にその類似物があるかもしれない。

血管の分岐はほとんどの場合、2股分岐であるといわれている（諏訪、1981）。そうなら、4次元の動物では、血管は3股に分岐して3次元的に拡がっているのかもしれない。毛細血管網は、3次元では図8のようなものであったのに対して

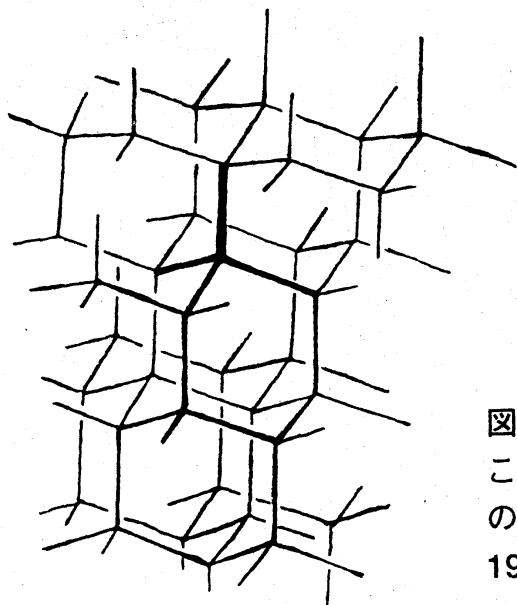


図9 3次元に拡がった毛細血管網はこのような3股分岐したテトラポットのつながりかもしれない（本多、1994による）。

図9のような拡がりである可能性がある。

そこで思い当たるのは、洞様とか類洞とよばれる特殊な血管網のことである。これは血管が不規則に3次元的に拡がったものである。肝臓の洞様について考えてみよう。

肝臓には腸からきた栄養をたっぷり含んだ血液が入り込み、血液は肝細胞と接触して処理された後、心臓に戻っていく。肝細胞は（血管内皮シートを介して）肝臓の血液に浸かっている。肝細胞は奇妙な上皮細胞であって、細胞でできた板を形成しその板の中に（胆管を経て消化管につながる）胆細管の網目をもっている。肝細胞でできた板は分岐したり、穴があいたりしながら血液の中に充満しているから、血液のある隙間空間は複雑な洞穴になっている。これが洞様である。いわゆるスポンジ構造の一種と考えてよい。

この肝臓の洞様は、2次元的な毛細血管網が基本になって拡張したようには思えない。洞様を分岐体とみなしたときに2股分岐か、3股分岐かどちらになっているかは興味深い問題である。洞様についてはこの問題を含めて詳しい調査が必要である。しかし、いずれにしろほかの多くの臓器にみられる2次元的な毛細血管網とはかなり様相が異なっている。4次元動物に普通にみられるはずの3次元毛細血管網は、わたしたちのいま見ている肝臓などの洞様と似たものである可能性がある。



## 文献

- 本多久夫 1987 「シートが変形して生物体ができる」 (小川泰・宮崎興二編 「かたちの科学」 第2章) 朝倉書店
- 本多久夫 1991 「シートからの身体づくり」 (中公新書1035) 中央公論社
- 本多久夫 1994 「4次元世界の動物のかたち」 (宮崎興二編 「4次元のかたちと自然界」 の1章) 出版準備中 朝倉書店
- 宮崎興二 1992 HyperSpace 1: 53-56.
- 諏訪紀夫 1981 「病理形態学原論」 岩波書店

## ABSTRACT

## Consideration of an animal shape in four-dimensional space

Hisao Honda<sup>(1)</sup>

Kanebo Institute for Cancer Research

Animals of multi-cellular organisms could be considered as a torus in shape, a solid having a tunnel from mouth to anus. If animals in four-dimensional space also have a tunnel from mouth to anus, we can image the shape by the method that four-dimensional things are rotated and projected on three-dimensional space. We performed the projection and also considered capillary networks in four-dimensional space.

---

<sup>(1)</sup> Present address: Yoshizato MorphoMatrix Project, ERATO, JRDC  
Hiroshima-Techno-Plaza, Misonou 242-37  
Higashi-Hiroshima 724-05 Japan